1章 運動方程式

物理基礎で、「運動方程式」としてこんなものを習うはずです。

$m\vec{a} = \vec{F}$

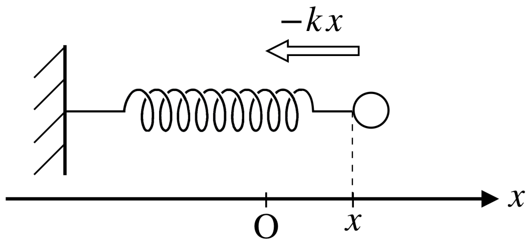
　m は物体の質量、$\vec{a}$ は加速度、$\vec{F}$ は物体に働く力ですね。これ、実は結構すごい式で、この式一つから重要な法則をいくつも導き出せるんです。ただしその過程で、数Ⅲで習う「微分・積分」の知識が必要になります。以下は「こんなのがあるのか、ふーん」くらいの軽い気持ちで見てもらえたら十分です。まず前提として、加速度は速度の時間微分（＝ある一瞬の時間における速度変化）に等しいので、次のように表すことができます。

$a = \dfrac{dv}{dt}$ （$\frac{dv}{dt}$ は v＝速度をt＝時間で微分したもの、という意味です）

　例えば、ばね定数 k のばねにつながれた質量 m のおもりの運動を考えてみましょう。
ばねの自然長の位置 O を原点とすると、左図のように位置 x では弾性力 $-kx$ が働くので、おもりの運動方程式は

$$m\frac{dv}{dt} = -kx$$

$$\Leftrightarrow\ m\frac{dv}{dt} + kx = 0$$



この式の両辺に v をかけて時間 t で積分します（この操作自体に意味は無いです）。

$$\int m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt}dt + \int kx \cdot \underline{v dt} = \int 0 \cdot dt$$

また、速度 v は位置 x の時間微分（＝ある一瞬の時間における位置変化）に等しいから、$v = \dfrac{dx}{dt}$ と表すことができて、これを下線部に代入してあげると、

$$\int m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt}dt + \int kx \cdot \frac{dx}{dt}dt = \int 0 \cdot dt$$

$$\int mv\,dv + \int kx\,dx = \int 0 \cdot dt$$

$\int \triangle\, dv$ とは△をv について積分するという意味です。